## **尖课06 利用圆的参数方程解决最值问题**

1.圆的方程有标准方程、一般方程、参数方程，一般我们把方程 是参数称为圆的参数方程.

2.由圆的参数方程我们可以把圆心为,半径为的圆上的点设为简称设“点参”，特别地,若原点为圆心，常用来表示半径为的圆上的任一点.

3.利用圆的参数方程设点的参数,一方面可减少参数的个数,另一方面可以借助三角恒等变换来解决问题，从代数的观点来看,这种做法的实质就是三角代换，同时圆的参数方程也是解决某些代数问题的一个重要工具.

### **磨尖点一 利用圆的参数方程求代数式的最值**

典例1 [2024·青岛模拟]已知点在圆上，则的最大值为( D ).

A. 4 B. 10 C. D.

[解析]由圆，得，转化为参数方程 为参数，因为点在圆上，所以，当时，的最大值为.故选.



先把圆的一般方程化为标准方程，再转化为参数方程，利用参数方程把待求式化为关于参数 的函数，利用三角函数的有界性求得最值，求解十分方便，这正是参数方程的优势.

#### **磨尖训练**

1. 若，是非负实数，且，则的最大值为( D ).

A. B. C. D.

[解析]，是非负实数，，

可设 ，，

则，其中,的最大值为.故选.

2. [2024· 襄阳模拟]已知实数，满足，则的最小值为( A ).

A. B. C. D.

[解析] 实数，满足，

设 ， ，，

，

令，

则 ，,

，

的最小值为.故选.

### **磨尖点二 利用圆的参数方程求范围**

典例2 已知抛物线与圆有公共点，则实数的取值范围是.

[解析]把圆的方程化为参数方程可得 ， ，，代入抛物线方程可得.

当时，取得最小值，最小值为；

当时，取得最大值,最大值为1.

故实数的取值范围是.



利用圆的参数方程,采用代入法把求实数的取值范围问题转化为求三角函数的值域问题,使问题迅速获解,可谓转化巧妙.

#### **磨尖训练**

1. [2024·宜春模拟]已知曲线 为参数上任意一点，不等式恒成立，则实数的取值范围是.

[解析]根据题意，曲线 为参数，

则，由，得.

若是曲线上任意一点，则，

因为不等式恒成立，所以，即实数的取值范围是.

2. 已知是圆上的动点，若有解，则实数的取值范围是.

[解析]把圆的方程化为参数方程可得 为参数且，

若有解，则，

即有解，

所以，即实数的取值范围是.

### **磨尖点三 利用圆的参数方程求距离等最值**

典例3 [2024·上海模拟]已知动圆经过原点，则动圆上的点到直线距离的最大值是.

[解析]由题可知原点在圆上，所以，

圆心到直线的距离，

令 ， ，

则，

当时，，

所以动圆上的点到直线的距离的最大值是.



在求解多元坐标的几何或代数的最值时，可对参数进行转化，化为求三角函数的最值来处理.

#### **磨尖训练**

1. 在平面直角坐标系中，圆的方程为，直线方程为，若为上任意一点，则点到直线的距离的取值范围为.

[解析]圆的参数方程为 为参数，

所以可设.

所以点到直线的距离

，所以点到直线的距离的取值范围为.

2. 已知直线与圆交于两个不同的点，，点在圆上运动，则的面积的最大值为.

[解析]联立直线与圆的方程可得解得或不妨取，.

设点， ，

则点到直线的距离，故当时，的最大值为，

故的面积的最大值为.